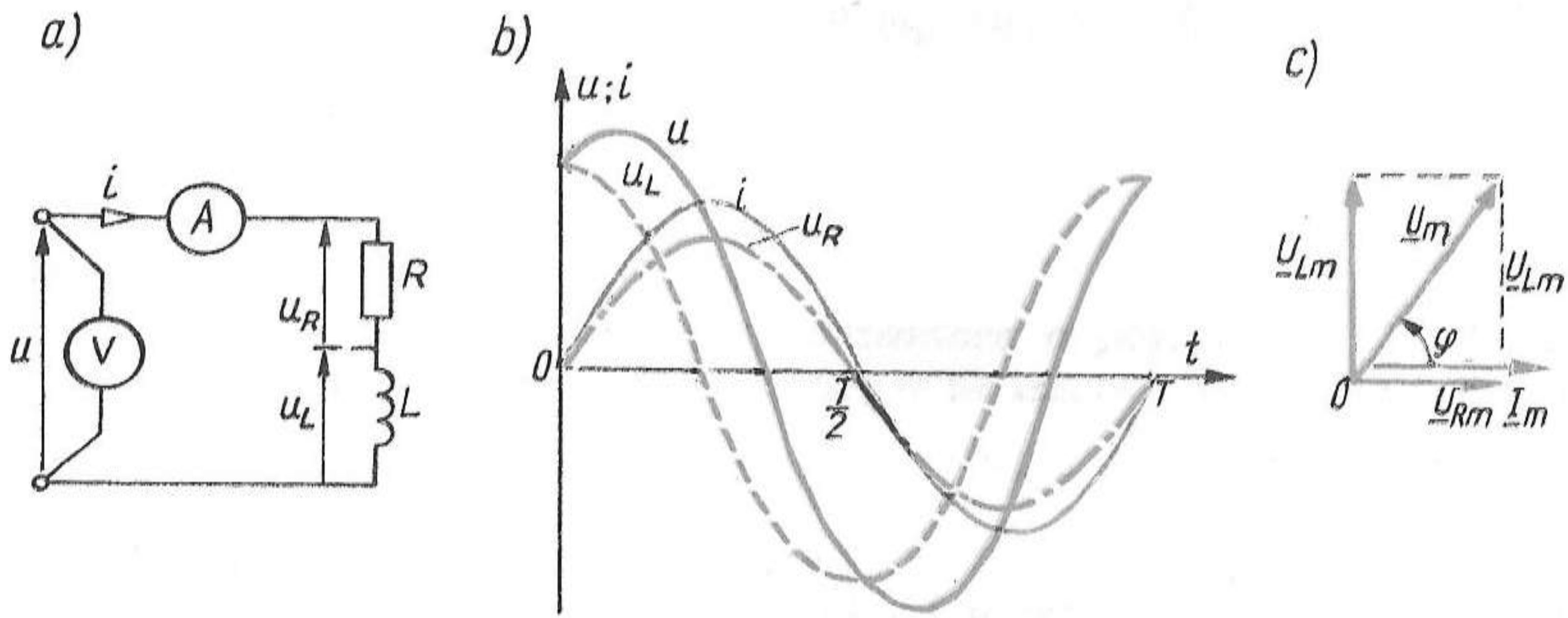
Lekcja 90 Gałąź szeregowa RL w obwodzie prądu sinusoidalnego.

Napięcie chwilowe na zaciskach układu szeregowego kilku elementów jest równe sumie napięć chwilowych na tych elementach.

Napięcie u na końcach gałęzi szeregowej złożonej z rezystora R i idealnej cewki indukcyjnej L (rys. 19.1a)

$$u = u_R + u_L \tag{19.1}$$



Jeżeli prąd ma przebieg sinusoidalny

$$i = I_m \sin\omega t$$

to podstawiając do wzoru (19.1) za u_R i u_L wyrażenia

$$u_R = RI_m \sin\omega t \tag{19.2}$$

$$u_L = \quad LI_m \cos\omega t = \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ) \tag{19.3}$$

oraz

$$RI_m = U_{Rm}$$

$$\omega LI_m = U_{Lm}$$

jako amplitudy napięć u_R, u_L otrzymamy dwa równoważne wyrażenia na przebieg napięcia u

$$u = RI_m \sin\omega t + \omega LI_m \sin(\omega t + 90^\circ) \tag{19.4}$$

$$u = U_{Rm} \sin\omega t + U_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ) \tag{19.5}$$

Napięcie u można wyznaczyć w prostszy sposób. Wiemy, że dodawanie przebiegów sinusoidalnych tej samej pulsacji sprowadza się do dodawania odpowiadających im wektorów i wyznaczenia wektora wypadkowego

$$\underline{U}_m = \underline{U}_{Rm} + \underline{U}_{Lm} \tag{19.6}$$

Wektory $\underline{I}_m$, $\underline{U}_{Rm}$ kreślimy w osi poziomej, bo fazy początkowe przebiegów i, u_R są równe zeru, natomiast wektor $\underline{U}_{Lm}$ kreślimy pionowo do góry, bo faza napięcia u_L jest równa 90° (rys. 19.1c).

Wektory $\underline{U}_m$, $\underline{U}_{Rm}$, $\underline{U}_{Lm}$ tworzą trójkąt prostokątny. Na podstawie twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2} \tag{19.7}$$

a po obustronnym podzieleniu przez $\sqrt{2}$ analogiczną zależność dla wartości skutecznych

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} \tag{19.7a}$$

Napięcie skuteczne na końcach gałęzi złożonej z rezystora i idealnej cewki indukcyjnej jest przy prądzie sinusoidalnym równe pierwiastkowi drugiego stopnia z sumy kwadratów napięć na tych elementach.

$$U_m = \sqrt{(RI_m)^2 + (\omega L I_m)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, I_m \qquad (19.8)$$

Po obustronnym podzieleniu równania (19.8) przez $\sqrt{2}$ dochodzimy do analogicznej zależności dla wartości skutecznych

$$U = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}\, I \qquad (19.9)$$

Wymiarem $\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ jest om. Wielkość $\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ oznaczamy literą Z i nazywamy impedancją albo oporem pozornym gałęzi szeregowej RL

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} \qquad (19.10)$$

Impedancja gałęzi RL jest równa pierwiastkowi drugiego stopnia z sumy kwadratów jej rezystancji i reaktancji indukcyjnej.

Wzór (19.9) zapisujemy zwykle w postaci skróconej

$$U = ZI \tag{19.11}$$

nazywanej na podstawie podobieństwa do wzoru $U = RI$ dla prądu stałego prawem Ohma dla prądu sinusoidalnego.

Napięcie skuteczne na końcach gałęzi szeregowej RL jest równe iloczynowi impedancji gałęzi i wartości skutecznej prądu.

Przykład 19.1 Cewka idealna o indukcyjności $L = 150$ mH została włączona w szereg z rezystorem o rezystancji $R = 60\ \Omega$ na napięcie sinusoidalne o częstotliwości $f = 50$ Hz i o wartości skutecznej $U = 220$ V.

Obliczyć impedancję gałęzi RL, prąd oraz napięcia na rezystorze i na cewce.

Rozwiązanie

Pulsacja $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314$ rad/s

Reaktancja indukcyjna $X_L = \omega L = 314 \cdot 0{,}15 = 47{,}1\ \Omega$

Impedancja $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{60^2 + 47{,}1^2} = 76{,}2\ \Omega$

Prąd $I = \dfrac{U}{Z} = \dfrac{220}{76{,}2} = 2{,}89$ A

Napięcie na rezystorze $U_R = RI = 60 \cdot 289 = 173{,}4$ V

Napięcie na cewce $U_L = \omega LI = 47{,}1 \cdot 2{,}89 = 136$ V