Lekcja 91 Gałąź szeregowa RC w obwodzie prądu sinusoidalnego.

$$i = I_m \sin \omega t$$

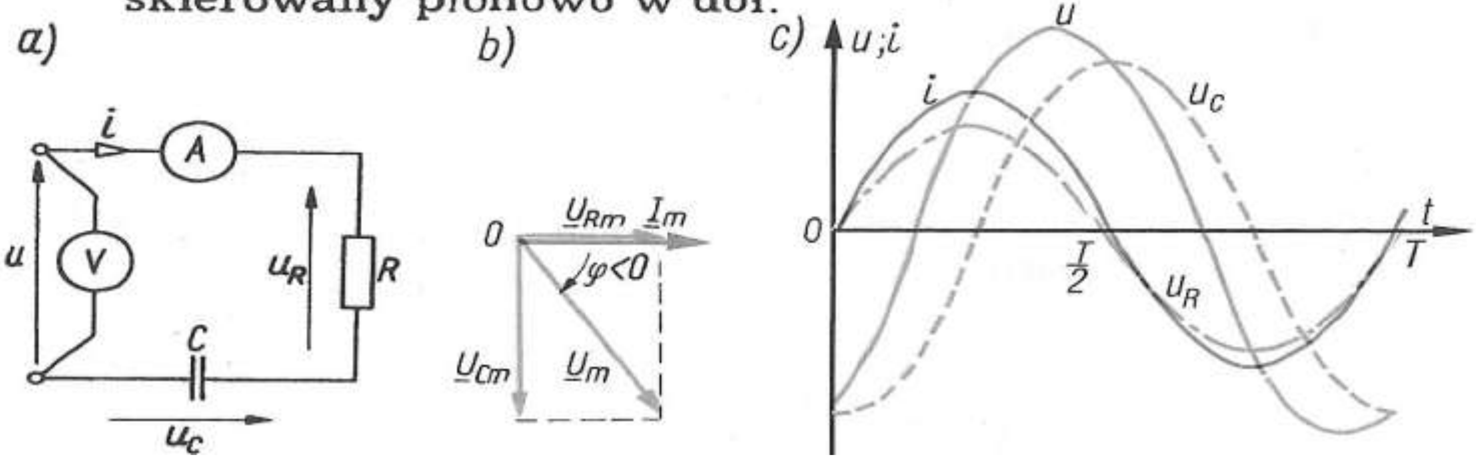
Napięcie na rezystorze jest w fazie z prądem

$$u_R = RI_m \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t$$

Napięcie na kondensatorze jest opóźnione w fazie względem prądu o 90°, a jego amplituda U_{Cm} jest równa iloczynowi reaktancji pojemnościowej $X_C = \frac{1}{\omega C}$ i amplitudy prądu I_m

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - 90^\circ) = U_{Cm} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

Odpowiadające powyższym przebiegom wektory $\underline{I}_m$, $\underline{U}_{Rm}$ leżą w osi poziomej i są zorientowane w prawo, a wektor $\underline{U}_{Cm}$ jest skierowany pionowo w dół.



Wektory $\underline{U}_{Rm}$, $\underline{U}_{Cm}$, $\underline{U}_m$ tworzą trójkąt prostokątny, w którym $\underline{U}_m$ jest przeciwprostokątną. Na podstawie twierdzenia Pitagorasa obliczamy amplitudę napięcia U_m, a następnie po obustronnym podzieleniu przez $\sqrt{2}$ wartość skuteczną U

$$U_m = \sqrt{U_{Rm}^2 + U_{Cm}^2} \tag{19.15}$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \tag{19.16}$$

Wyrażając U_R, U_C przez rezystancję i reaktancję pojemnościową oraz prąd $U_R = RI$; $U_C = \frac{1}{\omega C} I$ otrzymamy napięcie

$$U = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\, I = \sqrt{R^2 + X_C^2}\, I \tag{19.17}$$

Wielkość określana wyrażeniem $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ ma wymiar oporu.

Wielkość tę nazywamy impedancją albo oporem pozornym gałęzi RC i oznaczamy literą Z. Impedancja gałęzi szeregowej RC

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + X_C^2} \tag{19.18}$$

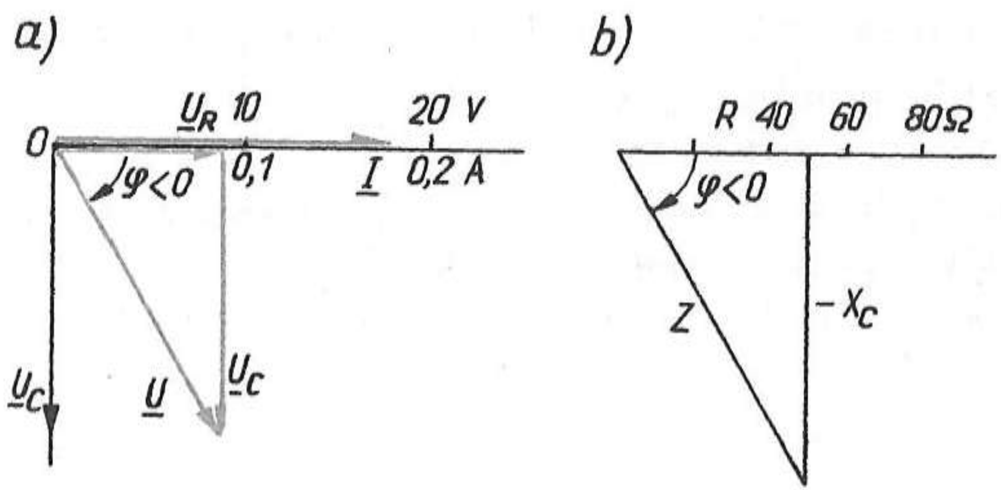
Na podstawie równań (19.17) i (19.18) można prawo Ohma dla gałęzi szeregowej *RC* zapisać w postaci

$$U = ZI = \sqrt{R^2 + X_C^2}\, I \tag{19.19}$$

Jeżeli dana jest wartość skuteczna napięcia zasilającego U oraz częstotliwość f, to uwzględniając że $\omega = 2\pi f$, obliczymy wartość skuteczną prądu ze wzoru

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{Z} \tag{19.20}$$

Na podstawie danych wartości I, U_R, U_C, U można narysować trójkąt napięć (rys. 19.5) i trójkąt impedancji (rys. 19.5c).



Rys. 19.5
Trójkąt napięć (*a*) i trójkąt impedancji (*b*) gałęzi szeregowej *RC*. Dane liczbowe do przykładu19.3

Rezystancję R odmierzamy poziomo w prawo, a reaktancję pojemnościową pionowo w dół.

Kąt $\varphi < 0$, co oznacza, że faktycznie przebieg prądu jest w stosunku do napięcia przebiegiem wyprzedzającym. Należy jednak zauważyć, że

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} > 0$$

jest nadal dodatni, natomiast

$$\sin\varphi = \frac{-X_C}{Z} < 0$$

jest ujemny.

Przykład 19.3

Na napięcie sinusoidalne o częstotliwości $f = 800$ Hz i wartości skutecznej $U = 20$ V włączono w szereg kondensator o pojemności $C = 2$ μF i rezystor o rezystancji $R = 50$ Ω. Obliczyć prąd w obwodzie i kąt przesunięcia fazowego Sporządzić wykres wektorowy.

Rozwiązanie

Reaktancja pojemnościowa kondensatora $\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{2\pi \cdot 800 \cdot 2} \approx 100\ \Omega$

Impedancja $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{50^2 + 100^2} = 112\ \Omega$

Prąd $I = \frac{U}{Z} = \frac{20}{112} = 0{,}18$ A

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{50}{112} = 0{,}445$$

Rysujemy wektory $\underline{I}$, $\underline{U}_R$ poziomo (rys. 19.5), $\underline{U}_C$ pionowo w dół, przy czym

$$U_R = RI = 50 \cdot 0{,}18 = 9\ \text{V}$$
$$U_C = X_C I = 100 \cdot 0{,}18 = 18\ \text{V}$$

Za pomocą kątomierza mierzymy kąt $\varphi = -63°$. Taką samą wartość kąta można odczytać z tablic matematycznych dla $\cos\varphi = 0{,}445$.
Na rys. 19.5*b* wykreślono też trójkąt impedancji dla omawianego przykładu.